

tik

# **Functional Analysis and Approximation**

Proceedings of the Conference held at  
the Mathematical Research Institute  
at Oberwolfach, Black Forest,  
August 9-16, 1980

Edited by  
**P.L. Butzer, Aachen**  
**B.Sz.-Nagy, Szeged**  
**E. Görlich, Aachen**

1981

**Birkhäuser Verlag**  
**Basel · Boston · Stuttgart**

BERNSTEIN - POLYNOME, 1912 - 1955

Eberhard L. Stark  
Lehrstuhl A für Mathematik  
RWTH  
Aachen

This paper may be considered as a first attempt in writing down the story of the Bernstein polynomials. It is based more on the bibliographical background than on the trace of the mathematical development. The latter, due to the lack of space, is postponed to another occasion. It leads from the original paper (1912) of S.N. BERNSTEIN to the natural caesura as given by the book (1953) of G.G. LORENTZ. Finally, the surprisingly large quantity of contributions to the subject is indicated by the additional pages of the bibliography ending in 1955.

In Dutzenden von Büchern über Approximationstheorie, Numerik, Analysis, etc. und mehreren hundert Zeitschriftenartikeln wird die mit Recht so gerühmte Arbeit [1] von S.N. BERNSTEIN (1880 - 1968) mit dem elementaren wahrscheinlichkeitstheoretischen Beweis des Approximationssatzes von K. WEIERSTRASS zitiert: entscheidendes Hilfsmittel sind die auf der Binomial - (Bernoulli - ) Verteilung beruhenden "Bernstein - Polynome"

$$B_n(f; x) := \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} \quad (n \in \mathbb{N}; f \in C[0,1]).$$

Erstaunt wird man jedoch feststellen müssen, daß die bibliographischen Angaben sowohl bezüglich der Zeitschrift selbst als auch bezüglich des Erscheinungsjahres stark variieren. Die Erklärung ist darin zu finden, daß die meisten der Autoren diese nur zwei Seiten umfassende Originalarbeit nie in den Händen gehabt haben! Dies wird klar, wenn man die ungeahnten Schwierigkeiten bei der Beschaffung der Zeitschrift oder einer Kopie der Arbeit in Betracht zieht. Exemplare zumindest dieses unter zweisprachigem Titel erschienenen Bandes der

» Communications de la Société mathématique de Kharkow «

bzw. 1)

СООБЩЕНИЯ  
ХАРЬКОВСКАГО

МАТЕМАТИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА  
ВТОРАЯ СЕРИЯ, ТОМЪ XIII, 1913

dürften - außerhalb der UdSSR und selbst dort - nur noch in wenigen und da-  
zu unvermuteten Bibliotheken vorhanden sein.

Wesentlich einfacher zu beschaffen sind BERNSTEINS "Gesammelte Werke"  
[A2]: in ihnen sind jedoch die ursprünglich fremdsprachlichen Veröffent-  
lichungen BERNSTEINS einheitlich nur in russischer Übersetzung - ohne ge-  
wisse Wiederholungen - zu finden. (Die provisorische englische Teilausgabe  
[A3] der Gesammelten Werke enthält lediglich die Übersetzungen der in  
russischer Sprache abgefaßten Publikationen - bzgl. der nicht erfaßten Ar-  
beiten wird - welch' Ironie! - auf die Originalveröffentlichungen verwiesen!)  
Die bibliographischen Datierungen werden in [A2] wie auch in den BERNSTEIN  
gewidmeten Jubiläumsartikeln etc. (mit entsprechendem Werksverzeichnis, vgl.  
[A6] - [A13]) rein chronologisch vorgenommen: so wird [1] unter 1912, dem tat-  
sächlichen Erscheinungsjahr des ersten Heftes, No 1, aufgeführt, obwohl der  
Band 13 dieser Zeitschrift redaktionell unter der Jahreszahl 1913 registriert  
ist (s. obiges Zitat).

Die Verwirrung wird noch dadurch vergrößert, daß wieder zahlreiche  
Autoren bzgl. des erstmaligen Auftretens der Bernstein-Polynome auf die  
im wesentlichen inhaltsgleichen Arbeiten [A1] bzw. [2], auch aus dem Jahre  
1912, verweisen (letztere wird in [A2, I , p. 567] unter Nr. 43 zeitlich vor  
[A1] unter Nr. 46 eingeordnet). Seiner Dissertation [2 ] fügt BERNSTEIN  
selbst die Anmerkung bei: "... In addition, I deem it necessary to note that  
with the exception of the two Appendices to the fourth and fifth chapters  
the present work is a minimally edited translation of my monograph of the  
same title, which won the prize of the Belgian Academy, to which it was sent

1) Wörtliche Wiedergabe der Angaben des Titelblattes dieses Bandes (ein-  
schließlich also der Abweichungen von der heutigen Rechtschreibung).

in June of 1911." [A2, I, p. 12, footnote 2; A3, p. 3/4] <sup>2)</sup> Festzustellen ist jedoch, daß die Bernstein-Polynome in [A1] überhaupt nicht auftreten, sondern gerade im Appendix zu Kapitel V unter der Überschrift "Expansion of arbitrary functions in normal series" [A2, I, p. 79 - 84; A3, p. 68 - 73]; diesem Problemkreis ist dann auch die ausführlichere Darstellung in [3] gewidmet. Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die in [1] bzw. [2] mittels der Bernstein-Polynome geführten Beweise des Weierstraß-Satzes erheblich voneinander abweichen - was aus vielen Zitaten auch nicht hervorgeht!

Nach diesem Versuch, die "Entstehungsgeschichte" der Bernstein-Polynome zu rekonstruieren, sollen daran anknüpfend die Anfänge ihrer äußerst interessanten "Ausbreitungsgeschichte" verfolgt werden. Vor allem beabsichtigt ist auch, eine, cum grano salis, möglichst lückenlose Bibliographie der Bernstein-Polynome bis zum Jahre 1955 einschließlich zusammenzustellen. (Daß zahlreiche, insbesondere russische Publikationen trotz aller Bemühungen nicht beschaffbar waren, sondern nur durch Referate, Zitate, etc. als existent nachgewiesen werden konnten, dürfte in der Natur der Sache liegen. Allerdings erhebt sich dabei die Frage, worin der Wert von z.B. nach 1945 erschienenen Arbeiten zu sehen ist, die nicht allgemein zugänglich sind ?)

Die Bibliographie nach 1955 (vorerst) abzubrechen, wird durch mehrere Gründe gerechtfertigt. Das Erscheinen der Monographie "Bernstein Polynomials" [90] von G.G. LORENTZ (siehe dazu auch den Jubiläumsband [A14]) im Jahre 1953 - und deren Auswirkungen ab 1955 - stellt eine natürliche Zäsur dar. <sup>3)</sup> -

<sup>2)</sup> Auf dem Titelblatt zu [A1]: "Mémoire couronné par la Classe des sciences, dans sa séance du 15 décembre 1911." bzw. aus dem Inhaltsverzeichnis "..., médaille d'or en 1911." - Die öffentliche Verteidigung der Doktor-Dissertation erfolgte in Har'kov am 19. Mai 1913; siehe den aus diesem Anlaß von BERNSTEIN gehaltenen Vortrag [A2, I, p. 209 - 214; A3, p. 109-114].

<sup>3)</sup> Der erste Satz der Einleitung zu [90, p. vii] "This contribution attempts to give an exhaustive exposition of main facts about the Bernstein polynomials and to discuss some of their applications in Analysis.", mag angesichts der Fülle des heute zu verzeichnenden Materials als zu weitgesteckt erscheinen (so werden z.B. [36], [54], [58], [80] vermißt); jedoch waren offenkundig die Intentionen dieses so verdienstvollen Buches andere - auf neuere Entwicklungen, auch abstrakter Art, hinführende - als Vollständigkeit der Literatur.

Publikationen über den Bernstein-Polynomen nachempfundenen Verallgemeinerungen von Approximationsoperatoren - bzgl. der ersten Ansätze siehe [52], [73], [82], [88], [92], [93] - mehren sich. Dies wird insbesondere durch das Testfunktionenkriterium für positive lineare Operatoren von H. BOHMAN - P.P. KOROVKIN (1952/53) gefördert, das gerade auch die Bernstein-Polynome als deren einfachstem Prototyp unter einem völlig neuen Aspekt erscheinen lässt; vgl. insbesondere auch [80]. - Schließlich ermöglicht die große Zahl der bis in das Jahr 1955 zu datierenden Arbeiten eine sich durchaus bestätigende Extrapolation auf die Flut der Arbeiten über Bernstein-Polynome und deren Verallgemeinerungen in den nachfolgenden Jahren.

Zu Beginn dieses Abschnitts stehe kommentarlos das "erstaunliche Kurz"-Referat von Prof. D. Sintsov (Charkow)<sup>4)</sup> in "Fortschritte der Mathematik" 43/1912 (1915) 301 (also auch hier die Einordnung von [1] in das Jahr 1912): "Ist  $F(x)$  eine kontinuierliche Funktion, dann genügen die Polynome

$$E_n = \sum_0^n F\left(\frac{m}{n}\right) C_n^m x^m (1-x)^{n-m},$$

welche in der Wahrscheinlichkeitsrechnung auftreten, der Ungleichung

$$|F(x) - E_n| < \varepsilon .$$

(Diese Besprechung ist unter dem Abschnitt "Kombinationslehre und Wahrscheinlichkeitsrechnung" nachzulesen, nicht - wie vom Thema her üblich und zu erwarten - im Abschnitt "Reihen")

In einem Lehrbuch erscheinen die Bernstein-Polynome zum ersten Mal erstaunlicherweise bereits im Jahre 1913, und zwar im zweiten Band von R. d'ADHEMARS "Leçons sur les Principes d' Analyse" [4], einem von mehreren seinerzeitigen Lehr- und Übungsbüchern desselben Verfassers (der zu [4] gehörende erste Band enthält zu dieser Zeit schon Beweisskizzen zum Weierstraß-Approximationssatz mittels der singulären Integrale von Weierstraß,

<sup>4)</sup> D.M. Sincov (1867 - 1946); s. Bernštejn, S.N. - L.Ja. Giršval'd: Obituary: D.M. Sincov. Uspehi Mat. Nauk 2, no. 4 (20) (1947) 191 - 206 (Russ.).

Landau - Stieltjes und de La Vallée Poussin !); zu bemerken ist allerdings, daß dieses besagte Zitat in einer eigenen Abhandlung [3] mit BERNSTEIN als Autor auftritt, die als Anhang dem Band [4] beigegeben wurde: "... Serge Bernstein ouvre des voies nouvelles, en substituant certaines Séries de polynomes au développement taylorien. ... je fais pressentir la valeur des idées de M.S. Bernstein, en résumant quelques pages de sa thèse" [4, p. vi]. Festzustellen ist auch, daß [4] den Bernstein-Polynomen zu keiner durchgreifenden Verbreitung verhalf: Hinweise auf [4] sind lediglich im Lehrbuch (1925) von W. SIERPIŃSKI [10, p. 228] sowie bei I. CHLODOVSKY [13] (hier wiederum der einzige Verweis auf [10]) und im FdM-Referat über die Arbeit [26] von A. WUNDHEILER durch BERNSTEIN selbst (die Ergebnisse in [26] seien in [3] enthalten !) zu finden.

Es ist dann eine lange (kriegsbedingte ?) Pause zu verzeichnen. Erst 1921 wird in der berühmten Arbeit von F. HAUSDORFF [7, p. 104] beiläufig, unter Hinzufügung eines knappen Beweises, auf [1] verwiesen. Es folgt [8]. Die nächste, äußerst exponierte Erwähnung des Bernsteinschen Satzes findet sich in dem 1924 herausgegebenen Heft [9] über - in moderner Terminologie - "Approximationstheorie" der "Encyklopädie der mathematischen Wissenschaft". Der Bearbeiter der deutschen Ausgabe, A. ROSENTHAL, verweist - nach einer Aufzählung von rund zwei Dutzend Beweisen des Weierstraß-Satzes in einer Fußnote [9, p. 1148] auf die BERNSTEINSche Arbeit: "937)\* Es sei noch erwähnt, daß S. Bernstein, Communications Soc. math. de Kharkow (2) 13 (1912/13), p. 1/2, einen Beweis von Satz 1. mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung erbracht hat. - ... \*"; [2] wird nicht erwähnt. Der Zusammenhang des BERNSTEINSchen Verfahrens mit der Interpolationsformel von E. BOREL (1905) - für  $f \in C[0,1]$  lassen sich stets Polynome  $P_{\mu,v}(x)$  konstruieren, so daß  $f(x) = \lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{\mu=0}^{\mu=v} f\left(\frac{\mu}{v}\right) P_{\mu,v}(x)$  gilt bei gleichmäßiger Konvergenz - wird wieder mit einer zusätzlichen Fußnote [9, p. 1155] gewürdigt: "962 a)\* S. Bernstein 937). Hier ein ganz besonders einfacher Ausdruck für  $P_{\mu,v}(x)$ , nämlich

$$P_{\mu,v}(x) = \binom{v}{\mu} x^\mu (1-x)^{v-\mu}. **$$

Doch auch dieses Werk blieb bzgl. der Bernstein-Polynome (jedenfalls, was rückverweisende Zitate in anderen Quellen anbelangt) ohne (die gebührende) Wirkung.

Umso durchschlagenderen Erfolg zeitigte dann 1925 das Erscheinen der ersten Auflage von G. PÓLYA - G. SZEGÖS "Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis, I" [1], p. 66]: drei isolierte Aufgaben (144 - 146) am Ende des 3. Kapitels / 2. Abschnitt sind dem Satz von BERNSTEIN gewidmet; auf die Originalquelle [1] (1912 !) wird in den Lösungen [1], p. 230] verwiesen. Wegen der schon damals offensichtlichen Unzugänglichkeit der BERNSTEINSchen Arbeit verweisen in der nun folgenden Zeit zahlreiche nicht - russische Autoren (ehrlicherweise !) zumindest auch auf diese Quelle; siehe z.B. [12], [18], [23].

Hinzuzufügen bleibt im Rahmen dieser Urgeschichte der Bernstein-Polyname, daß der Begriff "S. Bernsteinsche Polynome" wohl von F. HAUSDORFF [8, p. 243, Fußnote] (1923) geprägt wurde; bei I. CHLODOVSKY [13] finden sich "polynômes de M.S. Bernstein" ([1] wird nicht erwähnt); in [23] treten erstmals "Bernstein polynomials" auf.

Die mathematische Entwicklung der Bernstein-Polyname (einschließlich der auch in diesem Zeitraum schon zahlreichen Parallelentwicklungen, Wiederentdeckungen, etc.) chronologisch zu verfolgen, ist an dieser Stelle aus Platzgründen - noch - nicht möglich. Zusätzlich wird das Vorhaben dadurch erschwert, daß viele Arbeiten - noch - nicht zugänglich sind; und selbst deren teilweise verfügbaren Referate enthalten widersprüchliche Wertungen.

Von Interesse wäre auch zu ergründen, warum zahlreiche Bücher und Übersichtsartikel (bis 1955), die den Weierstraß-Approximationssatz in aller Ausführlichkeit behandeln, die Bernstein-Polyname übergehen ? (!)

Der Verfasser dankt allen, die mitgeholfen haben, diese Bibliographie wenigstens auf den hier vorgelegten Stand zu bringen. Stellvertretend gilt ein besonderes Wort des Dankes Prof. J. Musielak, Poznań, für die entsprechenden Kopien aus dem Buch [10]: für lange Zeit erschien es hoffnungslos, auch nur ein Exemplar dieses Bandes ausfindig zu machen. Das Literaturverzeichnis wird Lücken und Fehler enthalten. Der Verfasser bittet alle am Thema Interessierten, ihn darauf hinzuweisen und ihm Quellen zu und Belege von fehlenden Arbeiten (insbesondere auch der mit \* gekennzeichneten) zugänglich zu machen.

Abschließend sei vermerkt, daß diese Arbeit aus Anlaß von BERNSTEINS 100. Geburtstag, der im Jahre 1980 ebenso wie der von L. FEJÉR (1880 - 1959) und F. RIESZ (1880 - 1956) gefeiert werden konnte, niedergeschrieben wurde: so sei sie - neben J.L.B. Cooper, dem dieser Tagungsband als ganzes gewidmet ist - auch dem Entdecker der Bernstein-Polyname mitzugeschrieben.

## LITERATUR

Den bibliographischen Angaben wurden, soweit dies möglich war, die entsprechenden Referate hinzugefügt; dabei bedeuten (wie üblich und in zeitlicher Reihenfolge):

- FdM Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik;  
 Zbl Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete;  
 MR Mathematical Reviews;  
 RZM Referativnyi Žurnal. Matematika.

Die Abkürzungen der Zeitschriften sind die in den MR gebräuchlichen bzw. – falls die entsprechenden Zeitschriften ihr Erscheinen eingestellt haben – jenen angeglichen.

Ein Stern soll andeuten, daß die so gekennzeichnete Publikation dem Verfasser in keiner Form (Original, Kopie, "Gesammelte Werke", etc.) zur Verfügung stand: ihre Existenz ist (also) lediglich durch Referate oder Zitate nachgewiesen.

## BIBLIOGRAPHIE: Bernstein - Polynome, 1912 - 1955

- [ 1 ] BERNSTEIN, S., Démonstration du théorème de Weierstrass fondée sur le calcul des probabilités.  
*Communications de la Société Mathématique de Kharkow* (2) 13, no. 1 (1913) 1 - 2 (1912) = [A 2, I, (4), 105 - 106]. FdM 43, 301.
- [ 2 ] BERNSTEIN, S.N., On the best approximation of continuous functions by polynomials of a given degree (Russ.).  
*Comm. Soc. Math. Har'kov* (2) 13, no. 4 - 5 (1913) 49 - 194 (1912) = [A 2, I, (3), 11 - 104]. FdM 43, 493.
- [ 3 ] BERNSTEIN, S., Sur les séries normales.  
 In: [4], pp. 259 - 283. FdM 44, 323, 456.
- [ 4 ] D'ADHEMAR, R., Leçons sur les Principes d'Analyse, II.  
 Gauthier - Villars, Paris 1913, vii + 297 pp.. FdM 44, 322, 456.
- [ 5 ] BERNSTEIN, S., Sur la représentation des polynomes positifs.  
*Comm. Soc. Math. Har'kov* (2) 14 (1915) 227 - 228 = [A 2, I, (19), 251 - 252]. FdM 48 (1926) 1371.
- [ 6 ] BERNSTEIN, S., Quelques remarques sur l'interpolation.  
*Comm. Soc. Math. Har'kov* (2) 15 (1917) 49 - 61, 208 = [A 2, I, (20), 253 - 263]. FdM 48, 311, 1372.

- [7] HAUSDORFF, F., Summationsmethoden und Momentfolgen. I.  
Math. Z. 9 (1921) 74 - 109.
- [8] HAUSDORFF, F., Momentprobleme für ein endliches Intervall.  
Math. Z. 16 (1923) 220 - 248. FdM 49, 193.
- [9] FRÉCHET, M.-A. ROSENTHAL \*)  
FRECHET, M.-A. ROSENTHAL \*, II. C. 9c. Funktionenfolgen (abgeschlossen im Juli 1923; als Heft 7 ausgegeben am 1.IV. 1924). In: Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen; 2. Band in 3 Teilen: Analysis. Teubner Verl., Leipzig 1923 - 1927, xiv, pp. 675 - 1648; pp. 1136 - 1187 (1924). FdM 50, 176.
- 
- \*) Nach dem französischen Artikel von M. Fréchet in Poitiers (jetzt in Straßburg) bearbeitet von A. Rosenthal in Heidelberg (p. 854 und Fußnote, p. 851).
- [10] SIERPIŃSKI, W., Analiza, Vol. I, Part II (Polish). Warsaw 1925<sup>2</sup>, v + 278 pp. FdM 51, 176.
- [11] PÓLYA, G. - G. SZEGÖ, Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis, I. (Grundlehren Math. Wiss. 19) Springer Verl., Berlin - Göttingen - Heidelberg 1925, xvi + 338 pp.. FdM 51, 172.
- [12] WIGERT, S., Réflexions sur le polynome d'approximation  
 $\sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \varphi\left(\frac{v}{n}\right) x^v (1-x)^{n-v}.$   
 Ark. Mat. Astronom. Fys. 20A, no. 5 (1927) 1 - 15. FdM 53, 237.
- [13] CHLODOVSKY, I., Sur la représentation des fonctions discontinues par les polynômes de M.S. Bernstein.  
Fund. Math. 13 (1929) 62 - 72. FdM 55, 169.
- [14] BERNSTEIN, S., Quelques remarques sur les polynomes d'ecart minimum à coefficient entiers (Russ.).  
Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1930, no. 16 (1930) 411 - 418 = [A 2, I, (43), 468 - 471, 562 - 563]. FdM 57, 1403.
- [15] KANTOROVIC, L.V. (L. Kantorowitsch), Sur certains développements suivant les polynomes de la forme de S.N. Bernstein, I (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1930, no. 21 (1930) 563 - 568. FdM 57, 1393.
- [16] KANTOROVIC, L.V. (L. Kantorowitsch), Sur certains développements suivant les polynomes de la forme de S.N. Bernstein, II (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1930, no. 22 (1930) 595 - 600. FdM 57, 1393.
- [17] VORONOVSKAJA, E.V. (E. Voronowsky), Transformation d'une série de fonctions au moyen des différences de ses termes (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1930, no. 26 (1930) 693 - 700. FdM 57, 1404.

- [18] WRIGHT, E.M., The Bernstein approximation polynomials in the complex plane. J. London Math. Soc. 5 (1930) 265 - 269. FdM 56, 964.
- [19] KANTOROVIC, L.V., Sur la convergence de la suite des polynômes de S. Bernstein en dehors de l'intervalle fondamental (Russ.). Izv. Akad. Nauk SSSR (7) Otd. Mat. Estest. Nauk 1931, no. 8 (1931) 1103 - 1115. FdM 57, 1412; Zbl 3, 304.
- [20] KANTOROVIC, L.V., Quelques observations sur l'approximation de fonctions au moyen de polynômes à coefficients entiers (Russ.). Izv. Akad. Nauk SSSR (7) Otd. Mat. Estest. Nauk 1931, no. 9 (1931) 1163 - 1168. FdM 57, 1403; Zbl 3, 391.
- [21] BERNSTEIN, S., Sur une modification de la formule d'interpolation de Lagrange. Comm. Soc. Math. Har'kov. (4) 5 (1932) 49 - 57 = [A 2, II, (54), 130 - 140]. FdM 58, 262; Zbl 5, 12.
- [22] BERNSTEIN, S., Complément à l'article de E. Voronovskaya « Détermination de la forme asymptotique de l'approximation des fonctions par les polynômes de M. Bernstein » (French; Russ.sum.). Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1932, no. 4 (1932) 86 - 92. = [A 2, II (57), 155 - 158 + Bem.]. FdM 58, 1062; Zbl 5, 13.
- [23] HILDEBRANDT, T.H., On the moment problem for a finite interval. Bull. Amer. Math. Soc. 38 (1932) 269 - 270. FdM 58, 432; Zbl 4, 207.
- [24] VORONOVSKAJA, E.V., Détermination de la forme asymptotique de l'approximation des fonctions par les polynômes de M. Bernstein (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR (A) 1932, no. 4 (1932) 79 - 85. FdM 58, 1062; Zbl 5, 12.
- [25] WIGERT, S., Sur l'approximation par polynômes des fonctions continues. Ark. Mat. Astronom. Fys. 22B, no. 9 (1932) 1 - 4. FdM 58, 262; Zbl 4, 106.
- [26] WUNDHEILER, A., Une démonstration simple de la formule d'interpolation de S. Bernstein. Enseignement. Math. (1) 31 (1932) 75 - 77. FdM 59, 283; Zbl 6, 159.
- [27] HILDEBRANDT, T.H. - SCHOENBERG, I.J., On linear functional operations and the moment problem for a finite interval in one or several dimensions. Ann. of Math. (2) 34 (1933) 317 - 328. FdM 59, 410; Zbl 6, 402.
- [28] JACKSON, D., A proof of Weierstrass's theorem. Amer. Math. Monthly 41 (1934) 309 - 312 = In: Selected Papers on Calculus (Ed. T.M. Apostol et al.) Math. Ass. Amer., Belmont, Cal. 1969, xv + 397 pp.; pp. 227 - 231. FdM 60, 211; Zbl 9, 158.

- [29] KANTOROVITCH, L. (L.V. KANTOROVICH), La représentation explicite d'une fonction mesurable arbitraire dans la forme de la limite d'une suite de polynômes (French and Russ.).  
Mat. Sb. 41 (1934) 503 - 506, 507 - 510. FdM 60, 978; Zbl 11, 15.
- [30] GONČAROV, V.A., Theory of Interpolation and Approximation of Functions (Russ.).  
Gos. Izdat. Tehn. - Teor. Lit., Moscow 1954, 327 pp. (1. Ed. 1934).  
Zbl 57, 298; MR 16, 803.
- [31] LANDAU, E., Einführung in die Differentialrechnung und Integralrechnung.  
P. Noordhoff N.V., Groningen - Batavia 1934, 368 pp. FdM 60, 167;  
Zbl 8, 303.
- [32] POPOVICIU, T., Sur l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur.  
Mathematica (Cluj) 10 (1935) 49 - 54. FdM 61, 295; Zbl 10, 295.
- [33]<sup>(\*)</sup> VITALI, G. - G. SANSONE, Moderna Teoria delle Funzioni di Variabile Reale, II. Sviluppi in Serie di Funzioni Ortogonali.  
Nicola Zanichelli Ed., Bologna, 1. Ed.\* 1935, vi + 310 pp.; 2. Ed.\* 1946, viii + 511 pp.; 3. Ed. 1952, viii + 614 pp. FdM 62, 189;  
Zbl 16, 157; MR 7, 434/13, 741.
- [34] BERNSTEIN, S., Sur le domaine de convergence des polynomes  
 $B_n f(x) = \sum_0^m f(m/n) C_n^m x^m (1-x)^{n-m}.$   
C.R. Acad. Sci. Paris 202 (1936) 1356 - 1358 = [A 2, II, (64), 184 - 186]. FdM 62, 334; Zbl 14, 13.
- [35] BERNSTEIN, S., Sur la convergence de certaines suites de polynomes.  
J. Math. Pures Appl. (9) 15 (1936) 345 - 358 = [A 2, II, (65), 187 - 197]. FdM 62, 335; Zbl 15, 100.
- [36]\* CHLODOVSKII, I.N., On some properties of the polynomials of S.N. Bernštejn (Russ.).  
In: Proceedings of the First All - Soviet Mathematics Conference (Har'kov, 24. - 29. Juni 1930) (Russ.). ONTI, Moskau - Leningrad 1936. †)

†) Dieser häufig zitierte Beitrag wird durchgehend unter 1930 angeführt; vgl. hier u.a. BERNSTEINS Referat über [25], [30; 1954, p. 114] etc.; der zugeordnete Tagungsband ist aber offensichtlich erst 1936 erschienen, s. [A 2, I, p. 500; II, p. 187], [A 3, p. 145, 215]. Zur Tagung selbst vgl. "Le premier congrès des mathématiciens de l'U.R.S.S., Kharkoff, juin 1930" in Enseignement Math. 29 (1930) 338 - 340 (FdM 57, 48).

- [37] HAVILAND, E.K., On the momentum problem for distribution functions in more than one dimension. II.  
Amer. J. Math. 58 (1936) 164 - 168. FdM 62, 483; Zbl 15, 109.
- [38] CHLODOVSKY, I., Sur le développement des fonctions définies dans un intervalle infini en séries de polynomes de M.S. Bernstein.  
Compositio Math. 4 (1937) 380 - 393. FdM 63, 237; Zbl 16, 354.
- [39] KANTOROVIC, L., On the moment problem for a finite interval (Russ.).  
Dokl. Akad. Nauk SSSR 14 (1937) = Transl. C.R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.) 14 (1937) 531 - 537; 16 (1937) 147. FdM 63, 387; Zbl 16, 353.
- [40] LORENTZ, G. (G.R. Lorenc), Zur Theorie der Polynome von S. Bernstein\*)  
(Russ. sum.).  
Mat. Sb. (N.S.) 2 (44) (1937) 543 - 556. FdM 63, 236; Zbl 17, 395.
- \*) Fußnote: "Diese Arbeit bildete den Hauptinhalt meiner Kandidat-dissertation (Verteidigt in Leningrad, den 28. April 1936)."
- [41]\* POPOVICIU, T., Despre cea mai bună aproximatie a funcțiilor continue prin polinoame (Roum.); = On the Best Approximation of Continuous Functions by Polynomials.  
Inst. Arte Grafice, Cluj 1937, 66 pp. (Monogr. Mat. Publ. Sect. Mat. Univ. Cluj 3). FdM 63, 959.
- [42] BERNSTEIN, S., Constructive theory of functions of a real variable (Russ.).  
In: Mathematics and Natural Sciences in the USSR (Russ.). Izdat. Akad. Nauk SSSR, Moscow - Leningrad 1938; pp. 36 - 41 = [A 2, II, (78), 295 - 300].
- [43] CHLODOVSKY, I., Le problème des moments et les polynômes de S. Bernstein (Russ.).  
Dokl. Akad. Nauk SSSR 19 (1938) = Transl. C.R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.) 19 (1938) 659 - 661. FdM 64, 407; Zbl 20, 41.
- [44] KAC, M., Une remarque sur les polynomes de M.S. Bernstein.  
Studia Math. 7 (1938) 49 - 51. = In: Marc Kac: Probability, Number Theory, and Statistical Physics. Selected Papers (Ed. K. Baclawski - M.D. Donsker) MIT Press, Cambridge (Mass.) - London 1979, xxxviii + 529 pp.; pp. 61 - 63.
- [45] WEGMÜLLER, W., Ausgleichung durch Bernstein - Polynome.  
Mitt. Verein. Schweiz. Versich.-Math. 36 (1938) 15 - 59. FdM 64, 1028; Zbl 19, 316.
- [46] FAVARD, J., Sur l'interpolation.  
Bull. Soc. Math. France 67 (1939) 102 - 113. FdM 65, 1196; Zbl 23, 24; MR 1, 54.

- [47] FELDHEIM, E., Théorie de la Convergence des Procédés d'Interpolation et de Quadrature Mécanique. Gauthier-Villars, Paris 1939, 91 pp. FdM 65, 245; Zbl 21, 397.
- [48] KAC, M., Reconnaissance de priorité relative à ma Note "Une remarque sur les polynomes de M.S. Bernstein". Studia Math. 8 (1939) 170. FdM 65, 248; Zbl 20, 212.
- [49]\* AHIEZER, N.I., Lectures on the Theory of Approximation (Russ.). Har'kov 1940, 136 pp. Zbl 60, 169; MR 3, 234.
- [50] CHLODOVSKY, I., Certaines propriétés interpolatoires des fonctions absolument monotones de deux variables (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR 28 (1940) = Transl. C.R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.) 28 (1940) 387 - 390. FdM 66, 243; Zbl 26, 304; MR 2, 361.
- [51] FRÉCHET, M., Commentaire sur les formules d'interpolation. In: Jubilé Scientifique de M. Émile Borel. Gauthier-Villars, Paris 1940, 418 pp.; pp. 197 - 198 = In: Oeuvres de Émile Borel, I. Ed. du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris 1972, xvi + 634 pp. (1 plate); pp. 219 - 220. Zbl 60, 14; MR 1, 128.
- [52] MIRAKJAN, G., Approximation des fonctions continues au moyen de polynômes de la forme  $e^{-nx} \sum_{k=0}^m c_{k,n} x^k$  (Russ.). Dokl. Akad. Nauk SSSR 31 (1941) = Transl. C.R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.) 31 (1941) 201 - 205. FdM 67, 216; MR 2, 363.
- [53] WIDDER, D.V., The Laplace Transform. Princeton Univ. Press, Princeton 1941, x + 406 pp. MR 3, 232.
- [54] POPOVICIU, T., Sur l'approximation des fonctions continues d'une variable réelle par les polynomes. Ann. Sci. Univ. Jassy 28 (1942) 208; Zbl 61, 133; MR 8, 266.
- [55] BERNSTEIN, S.N., Sur les domaines de convergence des polynomes  $\sum_0^n C_n^m f(m/n)x^m(1-x)^{n-m}$  (Russ.; French sum.). Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 7 (1943) 49 - 88 = [A 2, II, (81), 310 - 348]. Zbl 61, 144; MR 5, 180, 328.
- [56] SHOHAT, J.A. - J.D. TAMARKIN, The Problem of Moments. Amer. Math. Soc., New York 1943, xiv + 140 pp. Zbl 41, 433; MR 5, 5/13, 1138.
- [57] FAVARDA, J., Sur les multiplicateurs d'interpolation. J. Math. Pures Appl. 23 (1944) 219 - 247. MR 7, 436.

- [58] NATANSON, I.P., On some estimations connected with singular integral of C. de la Vallée-Poussin (Russ.).  
*Dokl. Akad. Nauk SSSR* 45 (1944) 290–293 = *Transl. C.R. (Doklady)*  
*Acad. Sci. URSS (R.S.)* 45 (1944) 274–277. *Zbl* 60, 259; *MR* 6, 267.
- [59] POPOVICIU, T., Les Fonctions Convexes.  
*(Actualités Scientifiques et Industrielles* 992; *Exposés sur la Théorie des Fonctions XVII*). Hermann, Paris 1944, pp. 5–76.  
*Zbl* 60, 149; *MR* 8, 319.
- [60] HERZOG, F. – J.D. HILL, The Bernstein polynomials for discontinuous functions.  
*Amer. J. Math.* 68 (1946) 109–124. *Zbl* 61, 133; *MR* 7, 440.
- [61]\* IPATOV, A.F., On the convergence of the S.N. Bernštejn polynomials for functions of two variables (Russ.).  
*Petrozavodsk. Učen. Zap. Gos. Univ.* 2, no. 4 (1947) 53–57.  
*Zit. in [A 5, II, p. 282].*
- [62]\* SOKOLOV, I.G., The approximation of certain classes of functions by Bernštejn polynomials (Russ.).  
*L'vov, Dokl. i Soobšč. Gos. Univ.* 1 (1947)?–?. *Zit. in [A 5, II, p. 653]. (!)*
- [63]\* SOKOLOV, I.G., On the approximation of functions satisfying a Lipschitz condition by Bernštejn polynomials (Ukrain.).  
*L'vov, Učen. Zap. Gos. Univ. Ser. Fiz.-Mat.* 5, no. 1 (1947) 5–9.  
*Zit. in [A 4, p. 468], [A 5, II, p. 653].*
- [64] ACHIESER, N.I., Vorlesungen über Approximationstheorie.  
*Akademie Verl.*, Berlin 1953, ix + 309 pp. (Orig. Russ. Ed.: Moscow–Leningrad 1947, 323 pp.). *Zbl* 31, 157 / 52, 290; *MR* 10, 33/15, 867/20 # 1872.
- [65] HIRSCHMAN, I.I.Jr. – D.V., WIDDER, Generalized Bernstein polynomials.  
*Duke Math. J.* 16 (1949) 433–438. *Zbl* 33, 111; *MR* 11, 29.
- [66] FAVARD, J., Sur l'approximation dans les espaces vectoriels.  
*Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 29 (1949) 259–291. *Zbl* 36, 204; *MR* 11, 669.
- [67] SOKOLOV, I.G., Approximation of functions with a given modulus of continuity by Bernštejn polynomials (Russ.).  
*L'vov, Učen. Zap. Gos. Univ. Ser. Fiz.-Mat.* 12, no. 3 (1949) 45–52.  
*Zit. in [A 5, II, p. 653].*
- [68] NATANSON, I.P., Konstruktive Funktionentheorie.  
*Akademie Verl.*, Berlin 1955, xiv + 515 pp. (Orig. Russ. Ed.: Moscow 1949, 688 pp.; Hung. Transl. Budapest 1952, 517 pp.). *Zbl* 41, 186–189; *MR* 16, 1100/11, 591/15, 306.
- [69] FAVARD, J., Remarques sur l'approximation des fonctions continues.  
*Acta Sci. Math. (Szeged)* 12A (1950) 101–104. *Zbl* 37, 328; *MR* 12, 176.

- [70] GELFOND, A.O., On the generalized polynomials of S.N. Bernstein (Russ.). Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 14 (1950) 413 - 420. Zbl 39, 68; MR 12, 332.
- [71] LEVI, E., Sopra un'applicazione dei polinomi di Bernstein all'approssimazione in media delle funzioni sommabili. Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 9 (1950) 242 - 246. Zbl 39, 292; MR 12, 701.
- [72] NATANSON, I.P., Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen. Akademie Verl., Berlin 1954 (1961) xi + 478 pp. (xii + 590 pp.) (Orig. Russ. Ed.: Gos. Izdat. Tehn.-Teor. Lit., Moscow-Leningrad 1950, 399 pp.; Engl. Transl. New York 1955, 277 pp.) Zbl 39, 282; MR 12, 598 / 16, 120, 804.
- [73] SZASZ, O., Generalization of S. Bernstein's polynomials to the infinite interval. J. Res. Nat. Bur. Standards Sect. B 45 (1950) 239 - 245 = Collected Mathematical Papers (Ed. H.D. Lipsich). Hafner, New York 1955, xiv + 1432 pp. (1 plate); pp. 1401 - 1407. MR 13, 648.
- [74] BUTZER, P.L., On Bernstein Polynomials. Ph.D. Thesis, University of Toronto, 1951, 76 pp.
- [75] DINGHAS, A., Über einige Identitäten vom Bernsteinschen Typ. Norske Vid. Selsk. Forh. 24, no. 21 (1951) 96 - 97. Zbl 46, 273; MR 14, 167.
- [76] GÁL, I.S., Sur la convergence d'interpolations lineaires. III. Fonctions continues. C.R. Acad. Sci. Paris 233 (1951) 1001 - 1003. Zbl 44, 68; MR 13, 549.
- [77] KINGSLEY, E.H., Bernstein polynomials for functions of two variables of class  $C^{(k)}$ . Proc. Amer. Math. Soc. 2 (1951) 64 - 71. Zbl 43, 290; MR 13, 128.
- [78] LEVI, E., Ancora sopra un'applicazione dei polinomi di Bernstein all'approssimazione in media delle funzioni sommabili. Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 10 (1951) 360 - 364. Zbl 42, 218; MR 13, 342.
- [79] LORENTZ, G.G., Deferred Bernstein polynomials. Proc. Amer. Math. Soc. 2 (1951) 72 - 76. Zbl 43, 290; MR 13, 17.
- [80] POPOVICIU, T., Asupra demonstratiei teoremei lui Weierstrass cu ajutorul polinoamelor de interpolare (Roum.; Russ. and Engl. sum.). Lucrările Sesiunii Generale Stiințifice din 2. - 12. iunie 1950; pp. 1664 - 1667 (1951).
- [81] RADON, J., Zur Polynomentwicklung analytischer Funktionen. Math. Nachr. 4 (1951) 156 - 157. Zbl 42, 82; MR 12, 606.

- [82] BOHMAN, H., On approximation of continuous and of analytic functions.  
Ark. Mat. 2 (1952) 43–56. Zbl 48, 299; MR 14, 254.
- [83] BUTZER, P.L., Dominated convergence of Kantorovitch polynomials in  
the space  $L^P$ .  
Trans. Roy. Soc. Canada (III, 3) 46 (1952) 23–27. Zbl 48, 46;  
MR 14, 641.
- [84] GELFOND, A.O., Differenzenrechnung.  
Dt. Verl. Wiss., Berlin 1958, viii + 336 pp. (Orig. Russ. Ed.:  
Moscow-Leningrad 1952; 479 pp.). Zbl 47, 332/80, 76; MR 14, 759/  
20 # 1121.
- [85] GONTSCHAROW, W.I., Elementare Funktionen einer reellen Veränderlichen,  
Grenzwerte von Folgen und Funktionen. Der allgemeine Funktionsbe-  
griff.  
In: Enzyklopädie der Elementarmathematik, III, Analysis (Ed. P.S.  
Alexandroff et al.) Dt. Verl. Wiss., Berlin 1958, ix + 536 pp.;  
pp. 1–280. (Orig. Russ. Ed.: Moscow-Leningrad 1952, 559 pp.;  
pp. 9–296) MR 14, 1070.
- [86] BUTZER, P.L., On two-dimensional Bernstein polynomials.  
Canad. J. Math. 5 (1953) 107–113. Zbl 50, 70; MR 14, 641;  
RZM 1953 # 169.
- [87] BUTZER, P.L., Linear combinations of Bernstein polynomials.  
Canad. J. Math. 5 (1953) 559–567. Zbl 51, 50; MR 15, 309;  
RZM 1956 # 7969.
- [88] IZUMI, SHIN-ICHI, On an approximation problem in the theory of  
probability.  
Tôhoku Math. J. (2) 5 (1953) 22–28. Zbl 51, 48; MR 15, 217.  
RZM 1956 # 5313.
- [89]\* KIPRIJANOV, I.A., On polynomials like S.N. Bernštejn's for functions  
of two variables (Russ.).  
Kazan. Učen. Zap. Gos. Univ. 113, no. 10 (1953) 193–207. MR 17;  
728; RZM 1954 # 4787.
- [90] LORENTZ, G.G., Bernstein Polynomials.  
(Math. Expositions 8) Univ. of Toronto Press, Toronto 1953,  
x + 130 pp.. Zbl 51, 50; MR 15, 217; RZM 1955 # 166.
- [91] McSHANE, E.J., Order-Preserving Maps and Integration Processes.  
(Annals of Mathematics Studies 31) Princeton Univ. Press, Princeton,  
N.J. 1953, vi + 136 pp.. Zbl 51, 293; MR 15, 19. RZM 1955 # 5168.
- [92] MIRAKJAN, G.M., On a convergent process of approximation of continuous  
functions (Russ.; Armen. sum.).  
Akad. Nauk Armjan. SSR Dokl. 16 (1953) 33–37. Zbl 103, 288;  
MR 16, 575; RZM 1953 # 1147.

- [93] BUTZER, P.L., On the extensions of Bernstein polynomials to the infinite interval.  
Proc. Amer. Math. Soc. 5 (1954) 547 - 553. Zbl 56, 287; MR 16, 128;  
RZM 1955 #166.
- [94]\* IPATOV, A.F., On the S.N. Bernštejn polynomials of bounded functions of two variables (Russ.).  
Petrozavodsk. Učen. Zap. Gos. Univ. 3, no. 4 (1954) 16 - 51.  
RZM 1955 #3698.
- [95] MOLDOVAN, E., Observații asupra unor procedee de interpolare generalizate (Russ. and French sum.).  
Bul. Ști. Sect. Ști. Mat. Fiz. 6 (1954) 477 - 482. Zbl 59, 51;  
MR 16, 694; RZM 1956 #327.
- [96] TEMPLE, W.B., Stieltjes integral representation of convex functions.  
Duke Math. J. 21 (1954) 527 - 531. Zbl 58, 50; MR 16, 22;  
RZM 1955 #3810.
- [97] BUTZER, P.L., Summability of generalized Bernstein polynomials, I.  
Duke Math. J. 22 (1955) 617 - 623. Zbl 65, 297; MR 17, 476;  
RZM 1957 #2199.
- [98]\* GUSEINOV, G.A., On the approximation of discontinuous functions by generalized polynomials of S.N. Bernštejn type (Russ.).  
Trudy Azerbaidžan. Gos. Ped. Inst. 2 (1955) 133 - 145. MR 20 #5384;  
RZM 1957 #318.
- [99]\* GUSEINOV, G.A., On the approximation of summable semicontinuous and measurable functions by generalized polynomials of S.N. Bernštejn type (Russ.).  
Trudy Azerbaidžan. Gos. Ped. Inst. 2 (1955) 163 - 180. MR 20 #5384;  
RZM 1957 #319.
- [100]\* IPATOV, A.F., The process of S.N. Bernštejn in points of polygonal proper discontinuities of a function  $f(x,y)$  to be approximated (Russ.).  
Petrozavodsk. Učen. Zap. Gos. Univ. 4, no. 4 (1955) 13 - 30 (1957).  
RZM 1958 #3653.
- [101]\* IPATOV, A.F., Estimation of the error and order of approximation of functions of two variables by the S.N. Bernštejn polynomials (Russ.).  
Petrozavodsk. Učen. Zap. Gos. Univ. 4, no. 4 (1955) 31 - 48 (1957).  
MR 23 #A 2681; RZM 1958 #3654.
- [102]\* IPATOV, A.F., Some theorems concerning the convergence of the polynomials  $B_{n,m}(f;x,y)$  formed from  $f(r,s) \in S$  and of the derivatives of these polynomials (Russ.).  
Petrozavodsk. Učen. Zap. Gos. Univ. 4, no. 4 (1955) 49 - 58 (1957).  
MR 23 #A 2680; RZM 1958 #3655.

- [103]\* ZIDKOV, G.V., Remark on Bernštejn polynomials (Russ.).  
 Grodnensk. Učen. Zap. Gos. Ped. Inst. 1955, no. 1 (1955) 31 - 33.  
 MR 18, 574; RZM 1956 #8717.

## ANHANG

- [A 1] BERNSTEIN, S.N., Sur l'ordre de meilleure approximation des fonctions continues par des polynomes de degré donné.  
 Mem. Cl. Sci. Acad. Roy. Belgique (2) 4 (1912) 1 - 103. FdM 42, 435.
- [A 2] BERNŠTEJN, S.N., Collected Works, Vol. I, II; The Constructive Theory of Functions [1905 - 1930; 1931 - 1953] (Russ.).  
 Izdat. Akad. Nauk SSSR, Moscow 1952, 581 pp. (1 plate); 1954,  
 627 pp.. Zbl 47, 73/56, 60; MR 14, 2/16, 433.
- [A 3] BERNSTEIN, S.N., Collected Works: Volume I. Constructive Theory of Functions (1905 - 1930).  
 U.S. Atomic Energy Commission, Technical Information Service Extension, Oak Ridge, Tennessee. Translation Series. Office of Technical Services, Dept. of Commerce, Washington, D.C./AEC - tr - 3460, vi + 221 pp., without year.
- [A 4] NIKOL'SKIĬ, S.M., The approximation of functions of a real variable by polynomials (Russ.).  
 In: Thirty Years of Mathematics in the USSR: 1917 - 1947 (Ed. A.G. Kuroš et al.) (Russ.). Gos. Izdat. Teh.-Teor. Lit., Moscow - Leningrad 1948, 1044 pp.; pp. 288 - 318.
- [A 5] LOZINSKIĬ, S.M. - I.P. NATANSON, Metric and constructive theory of functions of a real variable (Russ.).  
 In: Forty Years of Mathematics in the USSR: 1917 - 1957; Vol. I: Survey articles; Vol. II: Bibliography (Ed. A.G. Kuroš et al.) (Russ.). Gos. Izdat. Fiz.-Mat. Lit., Moscow 1959, 1002 pp./819 pp.; pp. 295 - 379 (I). Zbl 191, 275.
- [A 6] GONČAROV, V.L. - A.N. KOLMOGOROV, The sixtieth birthday of Sergei Natanovič Bernštejn (Russ.).  
 Izv. Akad. Nauk Ser. Mat. 4 (1940) 249 - 260 (1 plate). FdM 66, 21; Zbl 24, 224; MR 2, 114.
- [A 7] KUZMIN, R.O., The mathematical works of S.N. Bernštejn (Russ.).  
 Uspehi Mat. Nauk 8 (1941) 3 - 7. FdM 67, 24; Zbl 60, 14; MR 3, 98.
- [A 8] GONČAROV, V.L., Sergei Natanovič Bernštejn (To the seventieth birth-day) (Russ.).  
 Uspehi Mat. Nauk 5, no. 3 (37) (1950) 172 - 183 (1 plate). Zbl 36, 146.

- [A 9] The seventieth birthday of Sergei Natanovič Bernštejn (Russ.).  
Izv. Akad. Nauk Ser. Mat. 14 (1950) 193–198 (1 plate). Zbl 36, 5; MR 11, 707.
- [A 10] ACHIEZER, N.I., The work of academian S.N. Bernštejn on the constructive theory of functions (for his seventieth birthday) (Russ.).  
Uspehi Mat. Nauk 6, no. 1 (41)(1951) 3–67. Zbl 45, 336; MR 12, 808.
- [A 11]\* AHIEZER, N.I., Academian S.N. Bernštejn and his work on the constructive theory of functions (Russ.).  
Izdat. Har'kov. Gos. Univ., Har'kov 1955, 112 pp. (1 plate). MR 17, 697; RZM 1956 # 2126.
- [A 12] ALEKSANDROV, P.S. – N.I. AHIEZER – B.V. GNEDENKO – A.N. KOLMOGOROV, Sergei Natanovič Bernštejn: Obituary (Russ.).  
Uspehi Mat. Nauk 24, no. 3 (147)(1969) 211–218 (1 plate)  
= Russian Math. Surveys 24 (1969) 169–176. Zbl 174, 4; MR 40 # 1248.
- [A 13] KOLMOGOROV, A.N. – Ju. V. LINNIK – Ju.V. PROHOROV – O.V. SARMANOV, Sergei Natanovič Bernštejn (Russ.).  
Teor. Verojatnost. i Primenen. 14 (1969) 113–121 (1 plate). MR 39 # 5303.
- [A 14] SHISHA, O. et al., J. Approximation Theory 13 (1975): Dedicated to Professor George G. Lorentz on the occasion of his sixtieth birthday.  
J. Approximation Theory 13 (1975) pp. 1–16, etc. (1 plate).